

Indice generale

Prefazione	ix
1 Insiemi	1
1.1 Nozione di insieme	1
2 Numeri. Dimostrazioni	4
2.1 I numeri naturali	4
2.1.1 <i>Un problema di conteggio</i>	5
2.2 I numeri primi	5
2.2.1 <i>Codici a chiave</i>	6
2.3 I numeri interi	8
2.4 I numeri razionali	8
2.5 I numeri reali	10
2.5.1 <i>Densità</i>	12
2.5.2 <i>Chiusura di un insieme rispetto alle operazioni</i>	13
2.6 Notazioni abbreviate	13
2.6.1 <i>Esiste almeno uno ...</i>	13
2.7 Implicazione e dimostrazione	14
2.7.1 <i>Implicazione e equivalenza logica</i>	14
2.7.2 <i>Il teorema</i>	16
2.7.3 <i>Tertium non datur</i>	17
2.7.4 <i>Ci sono dimostrazioni e dimostrazioni</i>	18
2.7.5 <i>Dimostrazioni “visuali”</i>	19
2.7.6 <i>Il teorema inverso</i>	20
2.7.7 <i>Irrazionalità di $\sqrt{2}$</i>	21
2.7.8 <i>La scuola pitagorica</i>	22
2.7.9 <i>Ancora sul teorema di Pitagora</i>	22
2.8 Il metodo induttivo e il principio di induzione	23
2.8.1 <i>Condizione necessaria. Condizione sufficiente</i>	25
2.9 La congettura	26
2.10 Conclusione	27
3 Geometria euclidea	28
3.1 Introduzione	28
3.2 Assiomi della geometria elementare	29
3.2.1 <i>Angoli</i>	30
3.3 Relazioni tra rette nello spazio	30
3.4 Relazioni tra rette e piani nello spazio	31
3.5 Posizioni reciproche di due piani	32
3.6 Rifondazione della geometria	32
3.7 Proiezioni	34
3.8 Poligoni simili	34
3.9 Il teorema di Talete	34

4	Relazioni e funzioni	39
4.1	Introduzione	39
4.2	Prodotto cartesiano di insiemi. Relazioni	39
	4.2.1 <i>Proprietà delle relazioni</i>	41
4.3	Relazioni di ordine	43
	4.3.1 <i>L'insieme delle parti</i>	43
	4.3.2 <i>Ordine totale</i>	44
4.4	Relazione di equivalenza	44
	4.4.1 <i>Partizioni di un insieme</i>	45
	4.4.2 <i>Classi dei resti</i>	45
4.5	Funzioni	46
	4.5.1 <i>Funzioni suriettive, iniettive, biunivoche</i>	46
	4.5.2 <i>Insiemi equipotenti. Insiemi infiniti, insiemi finiti</i>	48
4.6	Funzioni composte	48
5	Insiemi numerici	50
5.1	La retta reale	50
	5.1.1 <i>Uguaglianze, identità ed equazioni</i>	53
5.2	Ordine nell'insieme dei numeri reali	54
5.3	Intervalli, distanze, intorni, valore assoluto	55
6	Il piano cartesiano	58
6.1	Introduzione	58
	6.1.1 <i>Distanza</i>	59
	6.1.2 <i>Funzioni reali di una variabile reale</i>	60
6.2	La funzione lineare e la retta	60
	6.2.1 <i>La funzione $f(x) = kx$</i>	61
	6.2.2 <i>La funzione $f(x) = kx + n$</i>	62
	6.2.3 <i>L'equazione $ax + by + c = 0$</i>	63
	6.2.4 <i>Le equazioni parametriche della retta</i>	64
6.3	Rette parallele	66
6.4	La funzione valore assoluto	67
6.5	Un modello lineare	68
6.6	Sull'inversa di una funzione reale	68
6.7	Le funzioni circolari	69
	6.7.1 <i>L'equazione della circonferenza</i>	69
	6.7.2 <i>La circonferenza goniometrica</i>	71
	6.7.3 <i>Funzioni periodiche</i>	72
	6.7.4 <i>Le funzioni seno, coseno e tangente</i>	72
	6.7.5 <i>Polinomi</i>	77
	6.7.6 <i>Le funzioni elementari</i>	77
7	Vettori numerici e vettori geometrici	78
7.1	Grandezze scalari e grandezze vettoriali	78
7.2	N -ple di numeri reali	78
	7.2.1 <i>Combinazioni lineari di vettori numerici</i>	80
7.3	Vettori geometrici	82
	7.3.1 <i>Addizione di vettori liberi</i>	83
	7.3.2 <i>Moltiplicazione di uno scalare per un vettore libero</i>	84

7.4	Componenti di un vettore del piano	84
7.5	Riferimento cartesiano e vettori dello spazio	86
8	Prodotto scalare. Rette e piani	88
8.1	Introduzione	88
8.2	Prodotto scalare di vettori liberi	88
8.3	Prodotto scalare e ortogonalità	89
	8.3.1 Perpendicolarità tra rette	90
8.4	L'equazione del piano	91
8.5	Rette dello spazio	93
8.6	Esercizi	94
9	Sistemi di equazioni lineari. Metodi di riduzione	96
9.1	Sistemi di equazioni lineari	96
9.2	Sistemi equivalenti	98
	9.2.1 Operazioni sulle equazioni	99
9.3	Riduzione di un sistema. Metodo di sostituzione	101
9.4	Riduzione di un sistema. Sommario ed esempi	104
	9.4.1 Rette parallele	106
	9.4.2 Rette complanari, rette sghembe	107
	9.4.3 Retta parallela a un piano. Rette perpendicolari. Piani perpendicolari	108
9.5	Esercizi	109
10	Spazi vettoriali	111
10.1	I numeri complessi	111
10.2	Operazioni	112
10.3	Campi	113
10.4	Spazi vettoriali	114
10.5	Dipendenza e indipendenza lineare	115
10.6	Spazi vettoriali finitamente generabili	118
10.7	Dimensione	119
10.8	Isomorfismo	121
10.9	Sottospazi vettoriali	122
10.10	Identificazione degli spazi vettoriali geometrici e numerici	122
10.11	Esercizi	123
11	Matrici	125
11.1	Generalità	125
	11.1.1 Sistemi di equazioni e matrici	127
11.2	Matrici ridotte	127
11.3	Rango di una matrice	129
11.4	Metodo di riduzione per le matrici e rango	130
11.5	Teorema di Rouché e Capelli	132
	11.5.1 Matrici quadrate	132

12	Determinanti e sistemi di equazioni lineari	134
12.1	Introduzione	134
12.2	Generalità	134
12.3	Proprietà dei determinanti	137
12.4	Matrici estratte e minori	137
12.5	Prodotto di matrici	138
12.6	Matrice inversa e matrice trasposta	141
12.7	Sistemi di equazioni lineari in forma matriciale	143
12.8	Rango di una matrice e minori	143
12.8.1	<i>Se A ha un minore diverso da zero di ordine p massimo</i>	145
12.9	Regola di Cramer	147
12.10	Esercizi	148
13	Algoritmi	156
13.1	Algoritmi numerici	156
13.2	Suddivisione regolare del segmento di retta	159
13.3	Ricerca del massimo in una sequenza finita di numeri	162
13.4	La macchina di Turing	164
13.5	Il metodo di eliminazione di Gauss	173
13.6	Sistemi malcondizionati	177
13.7	Errori assoluti, relativi, di troncamento e di arrotondamento	178
14	Il processo gerarchico analitico	180
14.1	Introduzione	180
14.2	Autovalori e autovettori	180
14.3	Il processo gerarchico analitico	183
14.4	Sviluppi	190
	Bibliografia	193
	Indice analitico	195