M. VILLA
A. UGUZZONI
M. SIOLI

ESERCIZI DI FISICA

Termodinamica, Fluidi
Onde e Relatività

Come risolvere i problemi

Casa Editrice Ambrosiana

MAURO VILLA
ARNALDO UGUZZONI
MAXIMILIANO SIOLI

ESERCIZI DI FISICA

Termodinamica, Fluidi Onde e Relatività

Come risolvere i problemi

Casa Editrice Ambrosiana

Indice

ISBN 978-88-08-78004-1

PREFAZIONE

Questo eserciziario è la naturale prosecuzione del testo «Esercizi di Fisica - Meccanica - Come risolvere i problemi» pubblicato dalla stessa casa editrice, da cui riprende impostazione, metodi e struttura e li applica agli argomenti di meccanica dei fluidi, termodinamica, onde e relatività.

Come per il precedente eserciziario, l'obiettivo che ci siamo posti non è tanto quello di scrivere l'ennesimo eserciziario, ma piuttosto di sviluppare nello studente competenze, metodologie e soprattutto quella attitudine al *problem solving* così tanto richiesta nel mondo del lavoro. Superare un esame di Fisica Generale I e II sarà quindi solo un felice passaggio in questo percorso di crescita personale. Lo scopo finale è ben più importante!

Vi è ormai una lunga esperienza sul fatto che per capire a fondo la fisica non è sufficiente studiare in maniera completa un qualunque libro di testo come si potrebbe fare con altre discipline. Si può studiare il corpus delle leggi che appartengono a uno specifico ambito e si può saperle enunciare senza essere in grado di applicarle a problemi concreti o senza riuscire a vedere le relazioni nascoste tra queste leggi. Un aspetto fondamentale dello studio della fisica è la capacità di saper risolvere i problemi, dai più semplici ai più complessi. In questo testo ci siamo posti l'obiettivo di completare lo studio tradizionale della materia attraverso l'enunciazione e l'applicazione di un *approccio alla soluzione* dei problemi di fisica (ma non solo), proponendo problemi di complessità via via crescente.

Il primo capitolo è dedicato a una sintesi dell'approccio al *problem solving* presentato nell'eserciziario precedente: si illustra brevemente un metodo spiegandone le diverse fasi e le ragioni che stanno dietro alle scelte fatte nel testo. Anche se è scritto in un linguaggio fisico, i suoi principi ispiratori e, soprattutto, le loro applicazioni sono molto più generali.

Nei capitoli successivi si affrontano, uno alla volta e con gradualità, diversi aspetti della dinamica dei fluidi, della termodinamica, delle onde meccaniche e della relatività. In ogni capitolo è presente una parte introduttiva, un riassunto delle formule principali, un insieme di problemi semplici, esercizi svolti e non svolti. Abbiamo preferito separare lo svolgimento e le soluzioni dai testi, perché vorremmo che gli studenti risolvessero un esercizio senza essere tentati dal leggerne lo svolgimen-

 ISBN 978-88-08-78004-1

to o dal guardare al risultato. Tale scelta può contrariare qualche lettore, ma è coerente con il fatto che questo eserciziario mira esplicitamente a preparare gli studenti a *saper risolvere con sicurezza i problemi futuri*, quelli che si incontrano nel mondo del lavoro, quelli per cui *nessuno ha la soluzione* già pronta. Per molti problemi svolti e per tutti quelli non svolti è tuttavia presente un suggerimento per aiutare gli studenti a iniziare correttamente la risoluzione.

Lo svolgimento dei problemi è sviluppato con cura: tutti i passaggi sono spiegati. Per ogni domanda è fornita prioritariamente una formula risolutiva contenente i simboli delle grandezze del problema: questa formula potrà essere usata in problemi simili (che si potranno incontrare in futuro) ed è quindi più importante del valore numerico finale. Anche quando lo studente ha risolto correttamente in modo autonomo un esercizio, la lettura della soluzione proposta consente di fare un ripasso della materia studiata e si potranno vedere all'opera svolgimenti alternativi. Infine, per alcuni problemi, è presente anche una discussione: si tratta di un approfondimento per rendere ancora più completa e ancora più generale la tecnica di soluzione adottata, nonché per estendere la comprensione di una certa situazione fisica.

L'attenzione costante al dettaglio, alla spiegazione delle tecniche e allo scopo finale ha costituito un nostro impegno continuo che riteniamo possa risultare lungamente proficuo per tutti coloro che vorranno cimentarsi con questo eserciziario.

Vogliamo ringraziare il collega Ignazio Massa, con cui abbiamo condiviso parti di questo eserciziario, per il suo continuo incoraggiamento. Vogliamo inoltre ringraziare la Casa Editrice Ambrosiana per la preziosa collaborazione e per l'eccellente lavoro di redazione.

Ringraziamo in anticipo coloro che ci segnaleranno l'esistenza di imprecisioni e di refusi, o che vorranno contribuire a migliorare quest'opera soprattutto attraverso le loro critiche e le loro osservazioni rivolgendosi a chiunque di noi all'indirizzo @bo.infn.it preceduto dal cognome oppure direttamente alla casa editrice all'indirizzo segreteria_cea@ceaedizioni.it.

Gli Autori

Gli autori sono o sono stati professori ordinari e associati di Fisica Generale dell'Università di Bologna, dove hanno insegnato prevalentemente nei primi anni delle Scuole (o Facoltà) di Scienze e di Ingegneria, oltre che in scuole di specializzazione e di dottorato.

La loro attività di ricerca sperimentale si è svolta in diversi laboratori nazionali e internazionali in importanti esperimenti di fisica nucleare e subnucleare. Hanno insegnato prevalentemente nei primi anni delle Scuole (o Facoltà) di Scienze e di Ingegneria. Alcuni degli autori sono anche coautori del testo *Fisica Generale: Meccanica e Termodinamica*, II edizione, CEA (2014) da cui, nella presente opera, sono riprese le notazioni e l'impostazione.

CAPITOLO 1

COME AFFRONTARE I PROBLEMI

1-1 Introduzione

Presentiamo qui una sintesi del metodo già proposto nel precedente eserciziario a beneficio di coloro che non lo conoscono. Trattandosi di una sintesi vengono illustrati i passi principali, senza esempi esplicativi. Il lettore interessato ad approfondire è invitato a consultare la versione estesa presente nel precedente eserciziario.

Risolvere i problemi è una forma d'arte. Intere categorie di professionisti basano la loro vita lavorativa sulla capacità di risolvere problemi. Spesso si tratta di problemi che non hanno mai incontrato prima. Tra queste persone vi sono scienziati (matematici, fisici, chimici, solo per citarne alcuni), manager e ingegneri che, come dice il loro titolo, devono saper usare il proprio ingegno per risolvere i problemi o le sfide lavorative che incontrano quotidianamente.

Alcuni ritengono che *imparare* a risolvere i problemi di fisica o di altre materie sia in generale difficile e spesso i docenti delle materie scientifiche sentono alcuni dei propri studenti dire "ho studiato tanto, ormai *conosco* bene la materia, ma non ho ancora *capito* come risolvere i problemi". Come si vedrà più avanti, *conoscere* una materia non significa averla *capita*: sono queste due fasi distinte dell'apprendimento. Non basta *conoscere* le note musicali per poter scrivere della buona musica!

In realtà, risolvere problemi di fisica è spesso più facile di quanto si creda, a condizione però di conoscere delle *tecniche di soluzione* e di avere un *metodo*, un approccio sistematico. Per i problemi più semplici non ci sono delle vere e proprie regole: di solito basta utilizzare qualche definizione relativa alle grandezze del problema o alle sue incognite, e un po' di intuito. Affrontare solo problemi semplici può ingenerare la falsa speranza che tutti i problemi siano risolvibili senza che vi sia un metodo alla base. È per questa ragione

 ISBN 978-88-08-78004-1

che in questo testo si preferisce distinguere chiaramente i problemi semplici (chiamati qui *quesiti*) da quelli più complessi. I primi servono per familiarizzare con i concetti degli argomenti trattati e con le loro relazioni. I secondi richiedono una comprensione più profonda delle relazioni fisiche e anche un approccio sistematico alla loro risoluzione.

Risolvere i problemi è una forma d'arte e anche l'arte si impara, basta applicarsi! Una volta appresa la metodologia nel campo della fisica, questa fornisce così tanti vantaggi che si è portati ad applicarla anche in altri campi e, usualmente, *in modo automatico*, senza nemmeno rendersene conto. Si acquisisce in questo modo l'*attitudine al problem solving*, così importante e richiesta dal mondo del lavoro.

1-2 Metodo di soluzione dei problemi

Si sintetizza qui un metodo di risoluzione dei problemi che non è legato solo alla fisica, ma è molto generale. Naturalmente ne vedremo soprattutto la sua applicazione alla fisica, che è l'argomento principale del libro. Non va però dimenticato che il metodo può essere utilizzato con successo anche in problemi di matematica, di ingegneria, di economia o di vita quotidiana. Nella trattazione del metodo si incontrano delle ovvietà, opportunamente commentate: vederle scritte aiuta a valutarne correttamente l'importanza.

Il metodo proposto divide la risoluzione di un generico problema in quattro fasi:

1. Comprensione del problema
2. Sviluppo di una strategia di soluzione
3. Applicazione della strategia
4. Analisi critica della soluzione e della strategia

Queste sono *fasi logiche* e anche *fasi temporali*, non sempre nettamente distinte: nel seguito saranno discusse in dettaglio, una a una.

1-3 Fase 1: comprensione del problema

Il problema da risolvere deve essere *capito*. È inutile tentare di risolvere un problema che non si è compreso o che riguarda aspetti di una materia che non padroneggiamo. In questa fase si verifica subito l'effetto dello studio della materia. *Bisogna aver studiato*. È questa una *condizione necessaria* ma *non sufficiente*: *studiare non basta* (purtroppo!).

Dato un generico testo è necessario aver compreso tutte le parole del testo, conoscere la definizione delle grandezze fisiche citate e la condizione fisica discussa. Se manca la conoscenza o la comprensione anche di un solo elemento tra le definizioni di grandezze fisiche, delle condizioni fisiche (di lavoro, al contorno) o delle relazioni tra queste entità, allora è molto probabile che non si riuscirà ad arrivare in fondo all'esercizio. In tali circostanze è opportuno tornare a studiare le parti su cui non vi è un'approfondita conoscenza.

Dopo aver identificato la comprensione come primo elemento, senza il quale non è possibile risolvere il problema, è opportuno identificare gli altri elementi importanti, che possono essere estratti direttamente dal testo.

Un generico problema contiene parti **incognite**, parti **note** e **condizioni**. Risolvere un problema vuol dire trovare l'incognita a partire da ciò che si conosce. Per essere sicuri di aver compreso il problema e per trovare una strada verso la soluzione è conveniente porsi delle domande e cercare di rispondere *sempre in maniera scritta* a tali domande. Presentiamo di seguito alcuni degli elementi più importanti da considerare in ogni problema.

Incognita: *Che cosa devo trovare? Qual è l'incognita finale? È chiaro l'obiettivo?* Condizione necessaria per riuscire a risolvere un problema è aver chiaro il punto di arrivo: l'incognita. È per questo che conviene scrivere sul foglio qual è l'incognita (o le incognite) del problema *prima di qualunque altra cosa* e tenerla sempre ben presente. Errori tipici, che dipendono dal non aver affrontato correttamente questa fase, sono non fornire la risposta che si cerca o rispondere a una domanda diversa da quella posta nel problema.

Elementi noti: *Che cosa conosco del problema? Quali sono i dati noti?* Occorre conoscere anche il punto di partenza. È per questo che bisogna scrivere sul foglio quali sono i dati, indicandoli con simboli scelti in modo opportuno, come specificato più avanti. Tutto ciò che è noto del problema deve essere scritto e disponibile in modo chiaro e ordinato. I simboli scelti devono *aiutare* a rappresentare i concetti, le grandezze fisiche; non li devono oscurare o nascondere. Si farà quindi il possibile per usare sempre le stesse lettere per gli stessi concetti, sacrificando la fantasia letterale in favore della chiarezza. Si userà F per le forze, m per le masse, a per le accelerazioni e così via.

Condizioni o vincoli: *Quali sono le condizioni del problema? C'è qualche condizione che deve essere verificata durante tutto il processo? Qualche vincolo?* Se sì, conviene trovare il modo di esplicitarlo con simboli o brevi frasi.

Semplificare: *Qual è un più semplice problema equivalente a quello dato?* A volte i problemi sono espressi in linguaggio naturale (non scientifico, non tecnico, poco preciso o colloquiale), oppure possono descrivere situazioni particolari, che si prestano però a essere espresse in forma più generica e più semplice, dove *solo gli elementi essenziali* del problema sono presenti. Riformulare il problema in maniera *più semplice* e *più generale* aiuta a valutare quanto abbiamo compreso.

Schematizzare: *È possibile schematizzare o concettualizzare il problema? È possibile introdurre qualche modello di descrizione della realtà già utilizzato?* Nella semplificazione si cerca di cogliere solo gli aspetti importanti del problema che si sta affrontando, mentre nella schematizzazione si cerca di riportare quegli elementi in una forma più generica, più semplice e, possibilmente, già incontrata e risolta. Si potranno così introdurre i *modelli fisici*: il modello del punto materiale, del corpo rigido, del grave, del gas perfetto, del fluido incomprimibile e altri ancora. Saranno questi elementi della descrizione a noi già noti che sapremo trattare o che abbiamo già trattato in altre occasioni.

Visione: *Si può visualizzare il problema? O fare un grafico della situazione fisica?* Spesso i problemi sono descrivibili in termini grafici o possono riguardare relazioni tra oggetti o grandezze nello spazio reale. Fare un disegno o un grafico associato al problema è spesso un passo importante che ci avvicina alla soluzione. Il cervello elabora più facilmente le relazioni tra gli oggetti quando questi sono disegnati rispetto a quando sono semplicemente descritti. Più il disegno sarà preciso, più facilmente si vedranno le relazioni nascoste tra le grandezze.

Estrarre tutte queste informazioni dal testo del problema e *metterle su carta* in maniera ordinata assolve a diversi scopi:

1) permette di assicurarsi che vi sia comprensione del problema,
2) aiuta a individuare le informazioni più importanti,
3) permette di recuperare velocemente le informazioni quando si provano diverse strategie di soluzione,

ma soprattutto

4) aiuta a liberare la mente dal doversi ricordare tutti gli aspetti a memoria e quindi permette di avere *un cervello libero di ragionare* sul problema, anziché averlo ingolfato di dati e numeri.

Siamo limitati: se dobbiamo ricordarci a memoria dati inutili, saremo meno efficaci nel percepire le relazioni nascoste tra le grandezze del problema e nel trovare una soluzione! Nei problemi più complessi la rappresentazione grafica e l'individuazione delle incognite e dei vincoli possono richiedere tempo. L'esperienza insegna che il tempo dedicato a questa fase iniziale, volta alla corretta comprensione del problema, non è mai tempo perso: una corretta impostazione conduce spesso a una risoluzione esatta e veloce dei problemi.

Assicurarsi di avere compreso il problema. Il miglior modo per verificare la propria comprensione è quello di cercare di spiegare il problema a un amico o a un collega. Non è raro che così facendo si riesca anche a individuare la strategia di soluzione. Se, affrontando un problema, non è stato possibile isolare in maniera chiara incognite, dati e vincoli o non si riesce a disegnare la situazione fisica o non si riesce a spiegare il testo a un amico o collega, allora è molto probabile che non si sia compreso il problema. Occorre capire quale disciplina (o parte di programma) è coinvolta e *tornare a studiarla*. È inutile proseguire.

1-4 Fase 2: sviluppo di una strategia di soluzione

Trovare una soluzione vuol dire partire dagli elementi noti per arrivare a scoprire il valore dell'incognita, assicurandosi in ogni fase che le condizioni o i vincoli imposti siano soddisfatti. Si tratta di trovare un percorso che colleghi i dati con l'incognita finale. In alcuni casi il percorso è immediatamente visibile, in altri meno. Se si intravede una strategia di soluzione, il problema può essere risolto con un procedimento algoritmico già codificato perché è già stato incontrato prima o è stato studiato da altri. Se il percorso di soluzione non è visibile, allora siamo nel campo dell'euristica, dove non vi è un approccio algoritmico a noi noto prima di affrontare il problema in esame. Occorrerà in questo caso trovare uno o più risultati intermedi, che aumentino la comprensione del problema. Spesso occorrerà individuare più risultati intermedi, che, nella giusta sequenza, permetteranno di arrivare alla soluzione. Ecco alcune regole che aiutano a sviluppare una strategia di soluzione.

Estendere la comprensione del problema. Ragionare sul problema, sulle incognite e sui dati per capire quanta parte della situazione fisica può essere scoperta o determinata. In questa fase sono cruciali queste domande: *Qual è la definizione degli elementi noti? Qual è la definizione dell'incognita? Dati gli elementi noti, cosa posso calcolare? Cosa devo conoscere per calcolare il valore dell'incognita? Quale parte della materia oggetto del nostro studio è coinvolta nel problema?* Se conosciamo la definizione degli elementi noti e dell'incognita, possiamo facilmente ricordarci anche diverse formule in cui questi compaiono. Se abbiamo individuato quale parte della matematica o della fisica è coinvolta nel problema, allora può darsi che sia più facile trovare le formule che ci servono per risolvere il problema. Se, a partire dai dati, è possibile calcolare diverse grandezze fisiche importanti per il problema è possibile che queste ci avvicinino alla soluzione: indicarle con simboli e provare a cercare una soluzione sulla base di queste nuove grandezze note nel problema.

Usare similitudini e analogie. A volte il problema da risolvere è simile a uno già affrontato in passato. Si può sfruttare tale somiglianza per trovare facilmente quantità non note del problema attuale e quindi ridurre la *terra incognita*. Fare riferimento a problemi simili o già visti aiuta nella ricerca della soluzione: *problemi simili hanno soluzioni simili*. Utilizzare una notazione coerente in tutti i problemi aiuta a ricordare le formule e favorisce l'individuazione delle similitudini tra i diversi problemi. Domande tipiche da farsi sono: *Esiste un problema simile che ha la stessa incognita? Esiste un problema simile che ha gli stessi dati di partenza?* Risolvere molti problemi è il miglior modo di prepararsi per un esame: si acquisisce così un bagaglio di esperienze che possono essere messe a frutto. A tale fine, come vedremo, è però fondamentale non saltare l'ultima fase del metodo!

Atomizzare. Se il problema è complicato, è importante dividerlo in sotto-problemi più piccoli, che sono in genere più facilmente risolubili (tecnica del *divide et impera* o della *atomizzazione* del problema). Molti dei problemi che si incontrano quotidianamente sono risolubili in diversi passi logicamente indipendenti: in tal caso la suddivisione in sotto-problemi aiuta a trovare la soluzione globale come somma o sequenza di tanti problemi più piccoli e più facili da risolvere. Nel campo della fisica questa tecnica è sempre usata con successo. Molti problemi di questo testo che hanno due o più domande si presentano già suddivisi in sotto-problemi facili da riconoscere. Questa tecnica può essere usata anche in altri campi, ma sempre con l'accortezza di controllare l'*esito finale*: vi sono problemi in cui il sistema non può essere ricondotto alla somma delle sue parti e questa tecnica non può essere usata. Un esempio per tutti: per aumentare la sicurezza di un aereo, un aumento dello spessore dei metalli usati per le ali le rende più solide (e quindi localmente più sicure), ma l'aereo potrebbe essere meno maneggevole, meno idoneo al volo e quindi

 ISBN 978-88-08-78004-1

meno sicuro. In questo caso una soluzione valida per una parte di un problema è una pessima soluzione globale.

Piccole variazioni. Cercare variazioni semplici del problema: a volte basta *inserire qualche elemento nuovo* nel grafico o nel disegno per trovare una strada verso la soluzione. In altri casi può essere utile *ignorare uno o più vincoli*: se esiste una soluzione generale al problema con un vincolo più blando o in assenza del vincolo, la soluzione al problema iniziale sarà un caso particolare di tale soluzione!

Problemi non risolubili. Infine è in questa fase che si può realizzare che il problema semplicemente non ha soluzione perché è impossibile (i vincoli non possono essere tutti soddisfatti contemporaneamente) oppure perché è mal posto, cioè mancano dati importanti necessari alla soluzione. Per esempio, quando si ha un sistema di m equazioni lineari in n incognite, se $n > m$ (troppe incognite) oppure se $n < m$ e le equazioni sono discordanti (problema mal posto) non si ha la possibilità di determinare le n incognite in alcun modo. In questi casi il lavoro non è ancora finito: si può saltare la terza fase e passare direttamente alla quarta.

Avere una strategia. È importante limitarsi a *vedere l'intera strategia* della soluzione prima di utilizzarla per la risoluzione. In questa fase *non si applica* la strategia, ma la si delinea solamente.

Una strategia può essere: dati i termini noti del problema a, b e c posso trovare prima d, quindi e, f e g (tutti risultati intermedi) per poi trovare finalmente l'incognita x. Non deve essere fatto alcun conto, né numerico, né simbolico. È sufficiente il legame *logico* tra i dati e l'incognita. Si ragiona in termini di formule studiate, ma, per il momento, non le si applicano.

Ricercare altre strategie. Quando si è capito come suddividere il problema e come legare tra loro i dati con l'incognita è opportuno farsi questa domanda: *esiste un'altra strategia di soluzione?* Se il problema richiede di trovare un modo per andare da Milano a Roma, è possibile che vi siano tante diverse strategie di risoluzione, una per ogni strada possibile e per ogni possibile mezzo di trasporto. Raramente un problema ammette una sola strategia di soluzione. Dopo aver trovato la prima strategia di soluzione, *investire sempre un po' di tempo* per capire se ci può essere un'altra strategia. Se ne troviamo altre, allora avremo la possibilità di *scegliere* la soluzione che ci appare migliore per le nostre conoscenze: questa potrebbe essere la soluzione più facile (meno calcoli) o quella più chiara (più intuitiva).

1-5 Fase 3: applicazione della strategia

Arrivati a questa fase si applica la strategia delineata. *Ogni singolo passo deve essere valutato e controllato*. È possibile che in questa fase si scopra che esiste una strategia migliore. Conviene allora fermarsi e tornare al passo precedente per riesaminare completamente la nuova strategia e cercare di capire se ve ne siano altre migliori.

Lavorare in modo simbolico. L'applicazione della strategia nei problemi di fisica si limita a usare i simboli per esprimere l'incognita richiesta, risolvere prima il problema generale, espresso in termini dei simboli associati ai dati noti, e solo successivamente sostituire i valori ai simboli. È più facile trovare un errore quando si lavora con i simboli piuttosto che con i numeri. L'incognita richiesta sarà espressa in modo simbolico in termini dei dati iniziali e/o delle quantità intermedie. Inoltre avere una formula è utile perché permette di fare semplici analisi funzionali: per esempio, cercando di capire cosa succede al primo membro quando le grandezze al secondo membro vengono variate o prendono valori caratteristici. Si potrà capire cosa succede quando queste diventano grandi a piacere (limite a $+\infty$), diventano negative (limite a $-\infty$, se ha senso), diventano piccole a piacere (limite a 0), o assumono valori unitari o altri valori interessanti per il problema. In questa fase il nostro *senso fisico* dovrebbe essere in grado di avvisarci nel caso in cui la formula trovata appaia sbagliata o contraria all'esperienza.

Risultato numerico. La sostituzione dei valori e delle unità di misura ai simboli nelle formule non deve mai essere affrettata: conviene farla il più tardi possibile. In fisica, ogni singola formula rappresenta una relazione tra *numeri* e una relazione tra *unità di misura*. L'unità di misura del risultato finale deve essere coerente con la grandezza incognita. Se il problema chiede, per esempio, un valore di velocità, questo non può essere espresso in metri quadri. È molto importante fare l'**analisi dimensionale** di *tutte* le formule intermedie. Con la sola eccezione della matematica, tutte le discipline scientifiche utilizzano unità di misura per esprimere le grandezze (fisiche). Quando si lavora correttamente, in modo simbolico o anche in modo numerico, le relazioni tra le dimensioni delle grandezze fisiche sono sempre automaticamente soddisfatte. È un ulteriore controllo che può essere effettuato. Quando l'unità di misura ottenuta non è coerente con la grandezza incognita, vi è un errore in qualche parte della procedura, che deve quindi essere ricontrollata interamente.

I dati sono spesso forniti con due o tre cifre significative, sottintendendo che la precisione relativa delle grandezze è tipicamente compresa tra 0,1% e 1%. Si chiede quindi di fornire il valore numerico del risultato a due o tre cifre significative. Si possono incontrare situazioni in cui il risultato finale è ottenuto tramite sottrazioni di grandezze i cui valori sono molto vicini tra loro: in tali casi il risultato finale avrà un'incertezza relativa maggiore. Si tenga presente che, qualora sia necessario effettuare calcoli intermedi, è opportuno conservare un maggiore numero di cifre significative per evitare banali errori di arrotondamento.

Il **controllo passo per passo** dei risultati intermedi è importante per assicurarsi di arrivare alla fine del procedimento con un risultato attendibile. Tutti noi sbagliamo, è fisiologico. Esistono però persone che si accorgono per tempo dei propri errori, che ricontrollano passo per passo e che quindi arrivano sistematicamente a fornire un risultato corretto. Non si tratta necessariamente di geni o di persone speciali. Tutti possono raggiungere quei risultati applicando un semplice metodo: ricontrollare, passo per passo, con tutti gli strumenti possibili, il calcolo o il procedimento che porta al risultato finale. È provato che controllare *durante* l'applicazione della strategia *è più economico*, in termini di tempo e fatica, e *più efficace*, in termini di correttezza del risultato finale, rispetto a effettuare un controllo solo alla fine. Quante volte è capitato di dover risolvere due-tre volte lo stesso problema prima di riuscire a fornire una risposta corretta? Alcuni studenti si specializzano nel risolvere il più ve-

 ISBN 978-88-08-78004-1

locemente possibile i problemi, sacrificando tutti i controlli, perché sanno già che dovranno risolvere più volte lo stesso problema prima di ottenere un risultato corretto a loro noto a priori. Assomigliano più a giocatori d'azzardo che a professionisti nella risoluzione di problemi. È superfluo dire che si tratta di una strategia perdente: sia in termini di tempo che di accuratezza dei risultati. Inoltre è una strategia che non può essere applicata a problemi di cui non si conosce il risultato finale. L'applicazione del metodo proposto (in particolare del controllo passo per passo) aiuta a risolvere un problema *una sola volta*, costituendo quindi il primo elemento di risparmio di tempo.

Si può affermare che la tecnica simbolica è migliore perché: 1) è più sintetica e risolve una categoria di problemi simili; 2) è applicabile anche a problemi futuri, a condizione di ricordarsi il procedimento o la formula risolutiva; 3) conduce a risultati sistematicamente più precisi; 4) qualora sia necessario riesaminare la soluzione, è più facile ripercorrere lo svolgimento simbolico, che risulta più conciso; 5) la formula simbolica si presta a verifiche dimensionali, che sono assenti in generale nelle soluzioni numeriche.

1-6 Fase 4: analisi critica della soluzione e della strategia

Quando si arriva a questo punto molte persone sono convinte di aver finito. *Si perdono così la parte più preziosa del lavoro fatto!* Quando siamo nella fase di apprendimento (dall'asilo ai corsi universitari post-master e non di rado anche nei posti di lavoro) ci viene chiesto continuamente di risolvere problemi che altri hanno già risolto prima di noi e di cui conoscono la soluzione. A che serve che *noi* risolviamo l'ennesimo problema? **Serve solo e soltanto a noi stessi!** Un problema risolto in più ci rende più sicuri della materia, ci rende più preparati e ci dà uno strumento in più per risolvere il prossimo problema, che potrà essere un problema nel mondo del lavoro di cui *nessuno* ha la risposta. La dovremo fornire noi e dovrà essere precisa! È questo l'obiettivo finale di tutta la nostra preparazione, da tener sempre presente. Per raggiungere questo obiettivo però è necessario affrontare ancora due aspetti: l'analisi critica della soluzione e l'analisi critica della strategia.

Analisi critica della soluzione. Per la soluzione abbiamo una formula risolutiva, un valore e un'unità di misura. *Tutte e tre questi aspetti della soluzione devono avere senso*. L'unità di misura dovrebbe essere stata controllata nella fase di analisi dimensionale. Il valore numerico deve essere ragionevole. Anche quando non conosciamo il risultato giusto, spesso abbiamo una vaga idea di cosa dovremmo aspettarci. Se il problema riguarda la velocità di un'automobile, un valore come 1000 km/s non potrà essere accettabile. Se la soluzione è la potenza luminosa emessa dal sole (della quale non abbiamo la più pallida idea), un valore di 100 watt, confrontabile con quello di una lampadina, non può essere accettato. Non può nemmeno essere accettato un valore 10 000 volte più grande, visto che di notte le città illuminate (più di 10 000 lampadine) non brillano come il Sole. Più spesso di quanto si creda, lavorando per analogia riusciamo ad avere un'idea almeno dell'intervallo di valori accettabili per la risposta. Basta sforzarsi per cercare buone analogie per il confronto.

La formula risolutiva è la parte più informativa e più preziosa. Spesso basta immaginare di variare di un fattore 2 (moltiplicativo o divisore) uno dei dati in ingresso per capire se il risultato cambia (aumenta o diminuisce) nel modo corretto: se abbiamo la sensazione che cambi nel modo sbagliato, occorre approfondire la validità della formula. Fare l'analisi della funzione risultato in termini delle variabili note ($x = f(a, b, c)$) equivale a studiare un insieme di problemi *simili* a quello di partenza. Questo insieme di problemi già risolti costituirà l'insieme dei problemi a noi noti, che potremo utilizzare nella soluzione dei problemi che incontreremo in futuro.

Analisi critica della strategia. Ora abbiamo la soluzione e l'abbiamo analizzata a fondo. Facciamo anche l'*analisi della strategia*: *era effettivamente la migliore? Ha aumentato la mia conoscenza del problema sotto studio? È una strategia generalizzabile? In quali altri casi la posso applicare?*

Fare queste due analisi (della soluzione e della strategia) consente di prepararsi a risolvere problemi simili *sfruttando l'esperienza maturata*, di rafforzare e migliorare la propria preparazione nella materia studiata e di padroneggiare problemi simili. In questo modo si trasforma la qualità dello studio di una materia: dal semplice ricordare delle definizioni all'*interiorizzare, fare proprio* quello studio e quelle definizioni, per poi saperle utilizzare nelle soluzioni di problemi mai visti prima. Per ogni minuto dedicato a questa fase nel problema attuale si avranno diversi minuti risparmiati nei problemi futuri. **Quest'ultima fase è il vero segreto (conscio o, più spesso, inconscio) di tutte quelle persone che sembrano risolvere qualunque problema con estrema facilità!**

1-7 Notazioni

Un uso accorto dei simboli può agevolare la soluzione dei problemi più di quanto possa apparire dall'esterno. La ragione di ciò è legata alla fisiologia del cervello e a come esso funziona. Gli imperativi primi per agevolare il ragionamento sono la *chiarezza* e l'uso di *simboli **mnemonici***: conviene infatti, laddove possibile, utilizzare sempre *gli stessi simboli* per *le stesse grandezze fisiche*. Non saremo costretti così a ricordare ogni volta l'associazione simbolo-significato-grandezza fisica-proprietà o definizione. Per esempio, indicare una forza con $\vec{\mathbf{F}}$ (o $\vec{\mathbf{f}}$) può farci pensare immediatamente a $\vec{\mathbf{F}} = m\vec{\mathbf{a}}$ o a $\vec{\mathbf{F}} = \frac{d\vec{\mathbf{q}}}{dt}$ e a ricordarci mediante la freccia sovrapposta ($\vec{}$) il carattere vettoriale di tali grandezze. Indicando una reazione vincolare con $\vec{\mathbf{R}}_v$, si è portati a pensare all'equilibrio delle componenti normali delle forze che agiscono su una superficie e al fatto che sulle superfici piane liscie $\vec{\mathbf{R}}_v$ è perpendicolare alla superficie. Indicare la tensione che agisce su un filo con $\vec{\mathbf{T}}$ ci fa pensare alla direzione della forza (quella del filo), al verso (il filo tira e non spinge), e al fatto che per fili ideali il modulo della tensione è sempre lo stesso in ogni punto del filo. I tre vettori menzionati $\vec{\mathbf{F}}$, $\vec{\mathbf{R}}_v$ e $\vec{\mathbf{T}}$ sono tutti delle forze, ma l'uso accorto dei simboli ci aiuta nella loro interpretazione fisica. Se indichiamo una qualunque di queste forze con $\vec{\mathbf{Z}}$, dovremmo ricordarci se è una tensione, una reazione vincolare o una forza attiva generica. Questo sforzo aggiuntivo è completamente inutile per la risoluzione dei problemi e può essere evitato usando coerentemente, anche nei passaggi intermedi, una convenzione

 ISBN 978-88-08-78004-1

adeguata. Anche l'uso del maiuscolo e del minuscolo può essere oggetto di convenzione: per esempio, si può decidere di usare il minuscolo per le grandezze relative ai punti materiali e il maiuscolo per quelle relative ai sistemi complessi, oppure il minuscolo per gli oggetti piccoli e il maiuscolo per quelli grandi. Spesso (ma non sempre!) in termodinamica si usa il maiuscolo per le quantità estensive (energia, calore, volume, massa) e il minuscolo per quantità intensive (pressione, densità di energia, capacità termiche specifiche). Anche apici, pedici, frecce o altri segni/simboli possono essere usati coerentemente: ad esempio, se in un sistema sono presenti più onde, potremmo usare dei pedici per numerarle, come in ξ_1, ξ_2, ξ_3, quando la natura delle onde non è importante, o dei pedici per specificarle, come in ξ_i, ξ_r, ξ_t quando si tratta di un'onda incidente (ξ_i), di un'onda riflessa (ξ_r) e di un'onda trasmessa (ξ_t) a valle di una discontinuità del mezzo su cui esse viaggiano.

In certi problemi, può accadere che un'applicazione rigida delle convenzioni usate per i simboli mnemonici non sia conveniente: si pensi a un problema dove è presente un pendolo semplice e sono date o sono da calcolare la temperatura dell'ambiente, il periodo e la tensione del filo, tutte grandezze fisiche indicate in generale da T. In tali casi, si deve derogare dalla regola usando altre notazioni. Si può ad esempio indicare il periodo con T_p, la temperatura con Θ e la tensione con F o con $|\vec{\mathbf{T}}|$. Qualunque scelta può andare bene ricordando che l'imperativo primo è quello di avere chiarezza nella notazione.

Avere una convenzione per le notazioni è più importante di *quale* convenzione si usa: purché sia facile da ricordare, sia chiara, sia usata coerentemente e aiuti nell'impostazione e nella risoluzione, qualunque scelta va bene. In appendice B si riportano le convenzioni utilizzate in questo testo.

1-8 Organizzazione del testo

Al fine di aiutare lo studente a fare proprio questo metodo, l'organizzazione dei capitoli successivi è stata studiata per rendere più chiare ed evidenti tutte le fasi menzionate. Ogni capitolo inizia con un riassunto delle definizioni delle grandezze fisiche più importanti e con alcuni suggerimenti relativi agli aspetti da considerare sempre nei problemi che seguiranno. Tale introduzione al capitolo non vuole e non può essere sostitutiva di un buon testo di teoria. A seguire vi è una tabella di riferimento con le formule più importanti o di più frequente applicazione. Quindi vi sono i *quesiti* e le *risposte ai quesiti*. Si tratta di problemi semplici che mirano a consolidare la conoscenza delle grandezze fisiche che si stanno studiando. Solitamente conoscere e saper usare la definizione delle grandezze è sufficiente per fornire la risposta esatta. Le *risposte ai quesiti* sono separate dai quesiti perché lo studente dovrebbe dare la sua risposta senza leggere prima la risposta del libro. Seguono i testi di esercizi completamente svolti, i testi di ulteriori esercizi, i suggerimenti per gli esercizi, la risoluzione e la discussione del primo insieme di esercizi e i risultati (formule e valori) per il secondo insieme di esercizi.

Lo studente è quindi invitato dapprima ad approfondire e fare proprie le conoscenze rilevanti di ogni capitolo attraverso i quesiti; poi, affrontando con esercizi di difficoltà opportunamente graduata, a risolvere e a padroneggiare esercizi e problemi più complessi. Laddove si incontreranno difficoltà nell'impostazione, si potrà prima consultare i suggerimenti e solo successivamente, se è necessario, affidarsi alle soluzioni fornite. I suggerimenti (• **Suggerimento**) e le risoluzioni (□ **Risoluzione**) sono sempre forniti in paragrafi a parte per far desistere dalla tentazione di controllare il risultato prima di aver terminato o ricontrollato l'esercizio. Anche quando lo studente ha svolto correttamente un esercizio, si consiglia di leggere tutta la parte di risoluzione: *è stata usata la stessa strategia? Quali osservazioni in più vi sono? È stato usato un accorgimento che può essere riutilizzato?* In diverse risoluzioni è presente anche una parte di discussione (◇ **Discussione**) più direttamente finalizzata alla fase 4: analisi critica. Serve a mettere in risalto elementi importanti del problema o della risoluzione che potranno essere riutilizzati in futuro. Queste parti possono essere usate dagli studenti come misura della propria attitudine al *problem solving*: quanti di questi commenti sono stati fatti autonomamente al termine della propria risoluzione del problema?

I commenti possibili ai problemi sono spesso molto simili e, in tali casi, per ovvie limitazioni dell'estensione del testo, dopo un primo commento esteso possono seguire commenti sintetici o l'assenza di commenti.

CAPITOLO 2

MECCANICA DEI FLUIDI

2-1 Introduzione

Con il termine *fluidi* ci si riferisce a quei sistemi fisici che hanno la proprietà di deformarsi con continuità sotto l'azione di una forza tangenziale. Ciò significa che, se si sottopone un fluido (tipicamente un liquido o un aeriforme) all'azione di una forza esterna generica, la componente di tale forza tangente alla superficie di applicazione (lo *sforzo di taglio*) tende a far scorrere strati del sistema l'uno sull'altro con continuità, ovvero senza che il moto si arresti. Ciò contrasta con quanto avviene nei solidi, dove la deformazione raggiunge un valore massimo, dipendente dall'intensità dello sforzo di taglio.

Il modo con cui i vari strati di fluido vengono "trascinati" l'uno rispetto all'altro dipende dalle forze di coesione molecolare del fluido, forze che nei liquidi sono più forti che negli aeriformi e più deboli che nei solidi. Macroscopicamente questa caratteristica viene descritta dalla *viscosità* e, nei casi in cui essa possa essere trascurata, la trattazione dei problemi viene notevolmente semplificata. Alcune sostanze, che all'apparenza possono sembrare rigide, sono in realtà dei fluidi con un valore della viscosità molto elevato. Si pensi ad esempio al vetro, che si comporta come un fluido se il tempo di osservazione della deformazione è sufficientemente lungo.

La componente normale della forza per unità di area, come è noto, prende il nome di *pressione*, e produce deformazioni ortogonali alla superficie di applicazione. In questo capitolo, i liquidi (ad esempio l'acqua) vengono trattati come fluidi incomprimibili, per i quali le forze di pressione non ne modificano il volume e la densità è costante in tutto il volume. Fluidi incomprimibili e non viscosi sono chiamati *ideali*.

La meccanica dei fluidi (statica e dinamica) si basa sull'applicazione delle

 ISBN 978-88-08-78004-1

leggi della meccanica classica a volumetti di fluido sottoposti all'azione di forze di volume (come ad esempio quella di gravità) e superficiali (come le forze di pressione). Tali volumetti devono essere immaginati sufficientemente piccoli da rappresentare le proprietà locali del fluido (ad esempio la densità), ma abbastanza grandi da poter trascurare la struttura atomica sottostante: cubetti di qualche decimo di millimetro di lato sono sufficienti a tale scopo.

La statica dei fluidi consente di ricavare le condizioni di equilibrio in problemi in cui tutti i volumetti del fluido in esame siano in quiete relativa l'uno rispetto all'altro. L'equazione della statica **[2-3]**, valida anche per fluidi viscosi, caratterizza il valore della pressione nel fluido in relazione alle forze di volume esterne applicate. Nel caso particolare in cui l'unica forza di volume sia quella gravitazionale, si perviene alla **[2-2]**, valida anche per fluidi comprimibili. Un caso importante è quello dell'aria: nei problemi 2-12 e 2-33, ad esempio, si utilizza la dipendenza della pressione e della densità dell'aria dalla quota atmosferica. Se poi anche la densità è costante (e dunque il fluido è incomprimibile), si perviene alla legge di Stevino **[2-4]**, che stabilisce come varia la pressione con la profondità nel caso di liquidi come l'acqua (quesito 2-5 e problemi 2-5, 2-7 e 2-14).

L'equazione della statica generalizzata **[2-3]** conduce alla legge di Archimede, che introduce la forza idrostatica (*spinta* di Archimede) necessaria per ottenere le condizioni di equilibrio di corpi immersi o galleggianti (quesiti 2-2, 2-3, 2-4 ed esercizi 2-3, 2-4 e 2-10). Sempre la **[2-3]** consente di trattare problemi in cui il fluido sia in quiete in un sistema di riferimento non inerziale: in tal caso è sufficiente aggiungere alle forze di volume anche le forze inerziali (traslazionali o centripete) che si osservano nei sistemi solidali col fluido. Nel caso in cui le forze siano conservative, le superfici isobare (come le superfici libere dei fluidi) coincidono con quelle equipotenziali, come mostrato nel quesito 2-6 e nell'esercizio 2-26. La **[2-3]** consente anche di generalizzare la legge di Archimede a sistemi di riferimento non inerziali (esercizi 2-13 e 2-27).

Per la risoluzione di alcuni problemi, come il 2-23 e il 2-24, l'equazione della statica non è sufficiente. In questi casi, infatti, intervengono le forze di coesione molecolare, che nel caso statico prendono il nome di *tensione superficiale*. La tensione superficiale può essere pensata come la forza per unità di lunghezza necessaria a mantenere unito un lembo di fluido tagliato. Come mostrato nella **[2-5]**, la tensione superficiale può essere definita in modo equivalente come il lavoro necessario per contrastare un aumento di superficie del fluido. Un prototipo di esercizi di questo tipo è quello che coinvolge bolle di sapone, in cui il mantenimento dell'equilibrio idrostatico del fluido non sarebbe possibile se, accanto alle forze di pressione, non intervenissero anche le forze legate alla tensione superficiale.

Le equazioni della dinamica dei fluidi intervengono in quei casi in cui il sistema, sotto l'azione di forze esterne, presenta un moto relativo delle parti di cui è composto. L'approccio seguito è quello euleriano, in cui non si studia la dinamica del singolo volumetto, ma ci si concentra sulle varie quantità locali del fluido. Nella grande maggioranza dei casi faremo riferimento a esercizi in cui le velocità del fluido, pur variando da punto a punto, sono costanti nel tempo (moto *stazionario*). Oltre alla stazionarietà, assumeremo che il flusso sia laminare e non turbolento, evitando dunque la presenza di vortici che richiederebbero una trattazione più complessa. Concetto molto utile in questo caso è quello di tubo di flusso, definito come la porzione di fluido che attraversa una superficie in un certo intervallo di tempo.

Un'equazione fondamentale è quella di continuità [2-6], valida anche per fluidi comprimibili e viscosi, che di fatto esprime la conservazione della massa. Nel caso particolare di fluidi incomprimibili, l'equazione di continuità si riduce alla conservazione della portata. Se il fluido è ideale (incomprimibile e non viscoso) l'equazione che ne governa la dinamica è quella di Bernoulli [2-7], che esprime la conservazione dell'energia meccanica ripartita tra lavoro delle forze di pressione, energia gravitazionale e cinetica. L'applicazione combinata del teorema di Bernoulli e dell'equazione di continuità consente di risolvere un gran numero di problemi in cui sono coinvolti fluidi ideali, come ad esempio gli esercizi 2-18 e 2-19. Si presti attenzione all'esercizio 2-22, che mette in rilievo alcuni aspetti spesso controintuitivi della dinamica dei fluidi. Il corretto utilizzo del teorema di Bernoulli richiede dapprima l'individuazione dei punti, connessi da un tubo di flusso, in corrispondenza dei quali calcolare i tre termini dell'equazione. Uno di questi punti può essere la superficie di una grande vasca, posta a pressione atmosferica, e l'altro può essere l'ugello di uscita di una condotta, sempre a pressione atmosferica. In alcuni casi il termine dinamico è trascurabile, e ci si riconduce alla legge di Stevino, come nell'esercizio 2-15; in altri è trascurabile la differenza di quota, come nel problema 2-7. Si noti che, in quest'ultimo esercizio, l'equazione di Bernoulli è stata applicata al caso di un fluido comprimibile: tale approssimazione è comunque lecita nel caso in cui la velocità del fluido sia piccola rispetto a quella del suono.

Infine, quando la viscosità del fluido non è trascurabile, è comunque possibile trattare alcuni semplici casi se il moto è stazionario e laminare. L'equazione di Poiseuille [2-10], ad esempio, consente di ricavare la portata di una condotta forzata in cui siano presenti delle perdite di pressione, come mostrato nel quesito 2-9 e nell'esercizio 2-21. La viscosità interviene anche nell'azione di frenamento di corpi da parte del fluido in moto relativo, come ad esempio negli esercizi 2-17 e 2-25.

ALCUNE RELAZIONI SIGNIFICATIVE

Densità: $\rho = \dfrac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}V}$; pressione: $p = \dfrac{\mathrm{d}F_n}{\mathrm{d}S}$; sforzo di taglio: $\vec{\mathbf{T}} = \dfrac{\mathrm{d}\vec{\mathbf{F}}_t}{\mathrm{d}S}$		[2-1]
Statica dei fluidi		
Equazione della statica	$\dfrac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}z} = -\rho(z)\, g$	[2-2]
Equazione della statica (generalizzata)	$\nabla p = \rho\vec{\mathbf{H}} = -\rho\nabla\Phi$ ($\vec{\mathbf{H}}$: forze di volume)	[2-3]
Legge di Stevino	$p = p_0 + \rho\, g\, h$	[2-4]
Tensione superficiale	$\gamma = \dfrac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}l} = \dfrac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}S}$	[2-5]

 ISBN 978-88-08-78004-1

Equazione di continuità	$\rho A v = \text{costante}$	[2-6]
Teorema di Bernoulli	$\frac{p}{\rho} + \frac{1}{2}v^2 + g h = \text{costante}$	[2-7]
Teorema di Torricelli	$v = \sqrt{2gh}$	[2-8]
Legge di Navier (sforzo di taglio)	$\frac{dF_t}{dS} = \eta \frac{dv}{dz}$ (η: viscosità)	[2-9]
Legge di Poiseuille	$Q = \frac{\pi \rho a^4}{8 \eta} \left\| \frac{dp}{dx} \right\|$ ($Q = \rho A v$: portata massica)	[2-10]
Numero di Reynolds	$Re = \frac{\rho l v}{\eta}$	[2-11]
Resistenza del mezzo (corpo sferico)	$F = 6\pi R \eta v$ (piccole velocità) $F = \frac{1}{2}\rho v^2 S C$ (grandi velocità)	[2-12]

2-2 Quesiti

Quesito 2-1

Una tanica di plastica di massa a vuoto pari a $m = 0{,}5$ kg è riempita con $V = 20$ litri di benzina. Sapendo che la tanica piena pesa $w = 150$ N, determinare la densità della benzina.

Quesito 2-2

Una barca è ferma su un lago. Cosa succede al livello dell'acqua quando si getta dalla barca 1) una boa o 2) un'àncora?

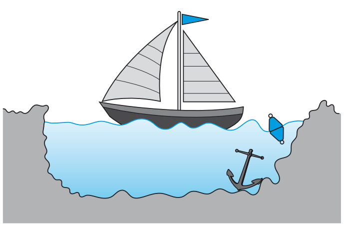

Figura 2-1

Quesito 2-3

Un bicchiere d'acqua contiene un cubetto di ghiaccio che galleggia. Quando il ghiaccio si sarà sciolto, il livello dell'acqua (a) sarà aumentato, (b) sarà diminuito (c) oppure sarà rimasto invariato? Perché?

Quesito 2-4

Un recipiente pieno d'acqua viene pesato con una bilancia. Successivamente si immerge nell'acqua un blocco di ferro mantenendolo ancorato al soffitto con una corda, senza che questo tocchi il fondo del recipiente. Il peso registrato dalla bilancia aumenta, diminuisce o rimane invariato? Perché?

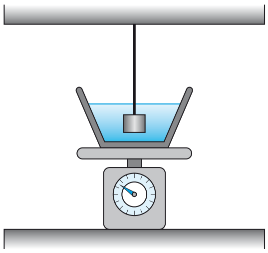

Figura 2-2

Quesito 2-5

Un bagnante sta facendo snorkeling in vacanza, immergendosi nell'acqua di mare e respirando attraverso un lungo boccaglio la cui parte terminale rimane fuori dall'acqua. Sapendo che i polmoni dell'uomo possono funzionare contro una differenza di pressione massima $(\Delta p)_{\text{max}} = 0{,}05$ atm, a quale profondità massima sotto il livello del mare riesce a nuotare respirando senza problemi?

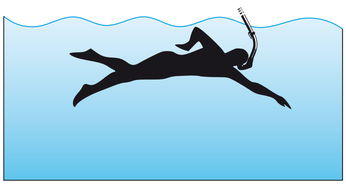

Figura 2-3

Quesito 2-6

Tenendo conto dell'equazione [2-3] determinare la forma assunta dalla superficie libera di un liquido all'interno di un recipiente cilindrico di raggio R ruotante con velocità angolare costante intorno al proprio asse di simmetria verticale.

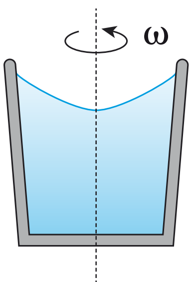

Figura 2-4

Quesito 2-7

Un aereo riesce a mantenersi in quota grazie alla forma del profilo delle sue ali, che determina velocità dell'aria diverse sopra e sotto di esse. Sapendo che la superficie alare di un aereo è $S = 30\,\text{m}^2$ e che le velocità con cui scorre l'aria sulle ali (in una certa condizione di volo) sono rispettivamente $v_1 = 80\,\text{m/s}$ e $v_2 = 45\,\text{m/s}$, calcolare la massa dell'aereo (si assuma $\rho_{\text{aria}} = 1{,}2\,\text{kg/m}^3$).

Quesito 2-8

Un recipiente di grande sezione, inizialmente vuoto, viene riempito d'acqua con un flusso di 0,5 litri/s. Se si pratica un foro di 1 cm^2 sul fondo del recipiente, fino a che altezza sale il livello dell'acqua?

Quesito 2-9

Un tubo perfettamente orizzontale, di raggio $r = 5$ mm e lunghezza $L = 20$ m, è collegato alla rete idrica cittadina che distribuisce l'acqua potabile (di viscosità $\eta = 10^{-3}\,\text{Pa s}$) con una pressione di $p_{\text{i}} = 6$ atm. Se dall'estremità libera l'acqua esce con una pressione $p_{\text{f}} = 3$ atm, determinare la portata della conduttura.

 ISBN 978-88-08-78004-1

Quesito 2-10

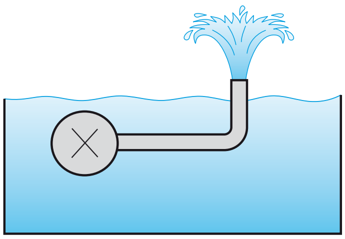

Figura 2-5

Il getto d'acqua verticale presente sul lago di Ginevra, che costituisce un'attrattiva turistica, raggiunge un'altezza di $h = 140$ metri. Sapendo che l'ugello di uscita ha un diametro $d = 10{,}7$ cm, trascurando ogni effetto dissipativo determinare: 1) il modulo della velocità, alla base del getto, con cui l'acqua è sparata in alto e 2) la potenza fornita dalla pompa per mantenere in funzione il sistema.

2-3 Risposte ai quesiti

Risposta Q 2-1

Indicando con M la massa della tanica piena, possiamo scrivere $w = Mg = (m + m_{\mathrm{benz}})g = (m + \rho_{\mathrm{benz}}V)g$, dove abbiamo espresso la massa della benzina m_{benz} in termini della sua densità ρ_{benz} e del suo volume V. Ricavando dalla precedente espressione la densità si ha:

$$\rho_{\mathrm{benz}} = \frac{1}{V}\left(\frac{w}{g} - m\right) = \frac{1}{20 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}^3}\left(\frac{150\,\mathrm{N}}{9{,}81\,\mathrm{m\,s^{-2}}} - 0{,}5\,\mathrm{kg}\right) = 740\,\mathrm{kg/m^3}.$$

Risposta Q 2-2

Chiaramente il testo assume implicitamente che la boa galleggi e l'àncora si immerga completamente, andando poi a posarsi sul fondo del lago. Secondo la legge di Archimede, un corpo che galleggia sposta un volume di acqua pari a $V = m_{\mathrm{corpo}}/\rho_{\mathrm{H_2O}}$, un corpo che affonda sposta un volume d'acqua pari a $V = m_{\mathrm{corpo}}/\rho_{\mathrm{corpo}}$. L'eventuale spostamento del livello del lago è legato alla somma V_{TOT} dei volumi di acqua spostati dalla barca e dal corpo gettato in acqua.

1) Quando la boa è sulla barca $V_{\mathrm{TOT}} = (m_{\mathrm{barca}} + m_{\mathrm{boa}})/\rho_{\mathrm{H_2O}}$, quando la boa è sul lago si ha $V'_{\mathrm{TOT}} = m_{\mathrm{barca}}/\rho_{\mathrm{H_2O}} + m_{\mathrm{boa}}/\rho_{\mathrm{H_2O}}$. Dunque $V_{\mathrm{TOT}} = V'_{\mathrm{TOT}}$ e il livello del lago non cambia quando la boa viene gettata.

2) Quando l'àncora è sulla barca, $V_{\mathrm{TOT}} = (m_{\mathrm{barca}} + m_{\mathrm{ancora}})/\rho_{\mathrm{H_2O}}$, quando l'àncora è nel lago $V'_{\mathrm{TOT}} = m_{\mathrm{barca}}/\rho_{\mathrm{H_2O}} + m_{\mathrm{ancora}}/\rho_{\mathrm{ancora}}$. Dunque $V_{\mathrm{TOT}} > V'_{\mathrm{TOT}}$ e il livello del lago diminuisce quando l'àncora viene gettata.

Risposta Q 2-3

Siano $V_{\mathrm{H_2O}}$, V_{G} e V_{Gi} rispettivamente il volume dell'acqua, del cubetto di ghiaccio e della parte immersa del cubetto di ghiaccio. Prima che il ghiaccio inizi a sciogliersi, il livello dell'acqua è determinato dalla somma $V_{\mathrm{TOT}} = V_{\mathrm{H_2O}} + V_{\mathrm{Gi}}$. Inoltre, la condizione di galleggiamento richiede che $\rho_{\mathrm{G}}V_{\mathrm{G}}g = \rho_{\mathrm{H_2O}}V_{\mathrm{Gi}}g$, da cui si ricava un'espressione per V_{Gi} che sostituita nella precedente fornisce $V_{\mathrm{TOT}} = V_{\mathrm{H_2O}} + \rho_{\mathrm{G}}/\rho_{\mathrm{H_2O}}V_{\mathrm{G}}$.

Quando il ghiaccio si sarà completamente sciolto, $V_{\mathrm{TOT}} = V_{\mathrm{H_2O}} + V_{\mathrm{Gs}}$, dove abbiamo indicato con V_{Gs} il volume del cubetto di ghiaccio quando è completamente sciolto. Ma poiché la massa del ghiaccio rimane costante durante lo scioglimento, si ha anche $V_{\mathrm{Gs}} = \rho_{\mathrm{G}}/\rho_{\mathrm{H_2O}}V_{\mathrm{G}}$, dunque il livello rimane invariato.

2-4 Problemi risolti completamente

Esercizio 2-1

In un contenitore cilindrico metallico aperto verso l'alto si versa dell'acqua (di densità $\rho_{H_2O} = 1$ g/cm^3) a 20 °C fino a raggiungere un'altezza del liquido pari a L. Successivamente il contenitore viene messo in un freezer, dove l'acqua si trasforma in ghiaccio. Determinare la densità del ghiaccio sapendo che il livello del ghiaccio è superiore a quello del liquido nel contenitore di una frazione pari a $f = 9\%$ dell'altezza L iniziale e che la variazione di volume del contenitore è trascurabile.

Esercizio 2-2

Un camion cisterna ha una massa a vuoto pari a $M_c = 4920$ kg e trasporta una cisterna dal volume di $V = 18\,000$ litri. Questa è riempita di alcol etilico (densità $\rho_{alcol} = 791$ kg m^{-3}) che deve essere consegnato a una ditta di imbottigliamento. Sul percorso del camion si trova un ponte, vietato al transito dei mezzi con massa superiore a 20 tonnellate. Può il trasportatore effettuare la consegna senza rischiare il crollo del ponte?

Esercizio 2-3

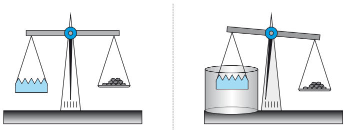

Figura 2-6

Il re Gerone chiede al suo orafo di forgiare una corona con una certa quantità d'oro puro, di densità pari a $\rho_{Au} = 19{,}3$ g/cm^3 e del peso di $w = 17{,}0$ N. Dopo due settimane di lavoro l'orafo consegna una corona avente lo stesso peso dell'oro disponibile. Archimede misura il peso della corona prima in aria e poi immergendola in acqua (fig. 2-6). Quest'ultima misurazione fornisce $w_{H_2O} = 15{,}7$ N. Archimede è disposto a giurare che la corona non contiene solo oro massiccio. Perché?

Esercizio 2-4

Una sfera, avente raggio esterno $R = 10$ cm, galleggia immersa per metà in acqua ($\rho_{H_2O} = 1$ g/cm^3). Essa è fatta di un sottile strato di ferro, di densità $\rho_{Fe} = 7{,}9$ g/cm^3, ed è quindi internamente cava. Calcolare: 1) la massa m della sfera e 2) lo spessore δr del metallo.

Esercizio 2-5

Un piccolo sommergibile per immersioni dimostrative riesce a mantenere l'ambiente interno sempre a pressione atmosferica. I grandi oblò in vetro costituiscono la parte più delicata e possono resistere a differenze di pressione tra interno ed esterno di $\Delta p_{max} = 5{,}3$ atm al massimo. Trovare la massima profondità a cui può spingersi il sommergibile senza danneggiarsi.

 ISBN 978-88-08-78004-1

2-6 Suggerimenti per i problemi

Esercizio 2-1

• **Suggerimento.** Si tenga conto della relazione tra densità e massa e si tenga presente che durante una transizione di fase la massa di una sostanza non cambia.

Esercizio 2-3

• **Suggerimento.** Dai dati del problema si valuti il valore della densità della corona e la si confronti con quella dell'oro massiccio.

Esercizio 2-4

• **Suggerimento.** Si imponga la condizione di galleggiamento statico per ricavare la massa della sfera e, successivamente, si esprima il suo volume come quello di un guscio sferico di raggio interno $R - \delta r$ e raggio esterno R.

Esercizio 2-6

• **Suggerimento.** Si tenga presente che la forza da applicare è diretta perpendicolarmente al piano contenente i bordi circolari dei due gusci.

Esercizio 2-7

• **Suggerimento.** Il problema, pur coinvolgendo una superficie, è di fatto unidimensionale in quanto la pressione dipende solo dalla quota. Per il centro di applicazione della forza si faccia riferimento al concetto di centro di un sistema di forze parallele introdotto nella meccanica dei sistemi.

Esercizio 2-8

• **Suggerimento.** Nell'impostare la relazione tra le forze in gioco si tenga conto che la massa dell'elio è contenuta nella massa totale M.

Esercizio 2-9

• **Suggerimento.** Si consideri il volume sommerso come quello di una calotta sferica di raggio R e altezza h da determinare.

Esercizio 2-10

• **Suggerimento.** Fissata la densità del liquido che si vuole misurare, la condizione di equilibrio richiede che il peso complessivo del densimetro eguagli la spinta di Archimede, che dipende dalla parte del densimetro immersa.

Esercizio 2-11

• **Suggerimento.** Si scelga un opportuno sistema di riferimento con un asse verticale rispetto al quale calcolare le pressioni che, per la legge di Stevino, nello stesso fluido devono essere uguali a parità di quota.

Esercizio 2-12

• **Suggerimento.** Supponendo che il serbatoio della penna rimanga a pressione atmosferica durante la salita, è possibile ricavare la differenza di pressione tra l'interno e l'esterno del serbatoio utilizzando la relazione che lega la pressione atmosferica alla quota (si veda ad esempio l'esercizio 3-17 in cui tale relazione viene ricavata assumendo un'atmosfera isoterma).

Esercizio 2-13

• **Suggerimento.** In questo esercizio, come nel quesito 2-6, viene trattato il caso di un fluido in un sistema di riferimento non inerziale. In tale sistema di riferimento tutte le parti del fluido sono in quiete relativa, ed è pertanto possibile applicare le leggi della statica [2-3], a patto di introdurre in modo sostanzialmente fermata ("punto di stagnazione"). Nel secondo caso, invece, l'aria che passa tangenzialmente alla fusoliera ha la stessa velocità dell'aereo e produce una depressione rispetto all'ambiente del vano passeggeri.

Esercizio 2-31

• **Suggerimento.** La relazione tra le velocità con cui l'acqua fuoriesce da ciascuno dei quattro tubicini si ottiene utilizzando il teorema di Bernoulli applicato in corrispondenza dei punti di uscita, dove la pressione comune è quella atmosferica. Le velocità così ricavate possono essere messe in relazione con le sezioni dei tubicini dall'equazione di continuità, visto che la portata in uscita deve essere la stessa nei quattro punti e pari a un quarto di quella in ingresso.

Esercizio 2-32

• **Suggerimento.** Dopo aver trovato la velocità di uscita dell'acqua dal foro, si calcoli la variazione di impulso nell'unità di tempo prodotta dalla massa di acqua in uscita. Tale valore, per il terzo principio della dinamica, deve essere uguale (in modulo) a quello della forza da applicare per bloccare l'acquario.

Esercizio 2-33

• **Suggerimento.** Il pallone, salendo, incontra strati di atmosfera a pressione via via decrescente, come discusso nell'esercizio 2-12. Per calcolare l'altezza alla quale il pallone raggiunge il volume massimo, si tenga presente che in un'atmosfera isoterma il prodotto della pressione per il volume del gas nel pallone si mantiene costante (si veda l'equazione [3-4] nel capitolo successivo). Una volta raggiunto il volume V_1, il pallone continua a salire, a volume costante, finché la forza di Archimede non eguaglia la forza peso.

2-7 Risoluzioni e discussioni

Esercizio 2-1

□ **Risoluzione.** La massa del ghiaccio è la stessa che aveva l'acqua prima del congelamento, in quanto durante una transizione di fase il numero di molecole rimane costante. Pertanto si può scrivere $m = \rho_{H_2O} V_{H_2O} = \rho_g V_g$ da cui $\rho_g = \rho_{H_2O} V_{H_2O}/V_g$. D'altro canto il volume passa dal valore iniziale $V_{H_2O} = LS$ al valore finale $V_g = L(1 + f)S$, dove abbiamo indicato con S l'area di base del cilindro. Sostituendo otteniamo:

$$\rho_g = \rho_{H_2O} \frac{V_{H_2O}}{V_g} = \rho_{H_2O} \frac{LS}{L(1+f)S} = \frac{\rho_{H_2O}}{1+f} = \frac{10^3\,\text{kg/m}^3}{1{,}09} = 917\,\text{kg/m}^3.$$

■

Esercizio 2-2

□ **Risoluzione.** La massa totale del camion a pieno carico è $M = M_c + \rho_{\text{alcol}} V = 4\,920\,\text{kg} + 791\,\text{kg m}^{-3} \cdot 18\,000 \cdot 10^{-3}\,\text{m}^3 = 19\,158\,\text{kg} \simeq 19{,}2$ tonnellate. Quindi il camion può transitare senza che il ponte crolli. ■

Esercizio 2-3

□ **Risoluzione.** Archimede vuole misurare la densità della corona per confrontarla con quella dell'oro. A tal fine misura dapprima il peso della corona in aria, ottenendo il valore del peso dell'oro puro. Trascurando la spinta di Archimede dovuta all'aria, possiamo dunque scrivere $\rho_c V g = w$, dove abbiamo

$$-\rho 4\pi r^2 \frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t} = \frac{\pi\rho a^4}{8\eta L}\frac{4\gamma}{r},$$

equazione che, separando le variabili r e t, si riduce a $r^3\mathrm{d}r = -\frac{a^4\gamma}{8\eta L}\mathrm{d}t$. Integrando il primo membro tra R e $R/2$ e il secondo tra $t = t_0$ e $t = t_0 + \Delta t$, si ottiene: $\Delta t = \frac{15}{8}\frac{\eta L}{\gamma}\left(\frac{R}{a}\right)^4 = 346\,\mathrm{s} \simeq 6\,\mathrm{min}$.

2) Quando le due bolle sono collegate dal tubicino, la loro pressione interna iniziale è legata al loro raggio dalla [2-23]. Poiché $R < R'$ si ha $p > p'$ e dunque l'aria passa dalla bolla più piccola a quella più grande: la bolla più piccola si sgonfia e quella più grande si gonfia! Si è visto nel punto precedente che la portata massica, e dunque il tempo di dimezzamento del raggio, sono legati alla differenza di pressione Δp ai capi del tubicino. Ora tale differenza è sempre inferiore (in modulo) rispetto a quella calcolata del punto precedente: prima uno dei capi era costantemente alla pressione atmosferica, ora a una pressione sempre maggiore di quella atmosferica. Pertanto il tempo di dimezzamento è $\Delta t' > \Delta t$.

◇ **Discussione.** Si noti che se inizialmente si avesse $R = R'$, si avrebbe una situazione di equilibrio instabile: una minima perturbazione che porti una piccola massa di aria da una bolla all'altra condurrebbe alla situazione del punto 2), ovvero la bolla più piccola continuerebbe a sgonfiarsi e quella più grande a gonfiarsi. In realtà, la validità della [2-23] è stata ottenuta assumendo lo strato della bolla infinitamente sottile. Evidentemente, per valori del raggio r sufficientemente piccoli tale relazione perde la sua validità e lo spessore della bolla di sapone non può più essere trascurato. ■

2-8 Risultati dei problemi non svolti

Esercizio 2-25

$d_{\max} = \sqrt{\frac{18\eta h}{(\rho-\rho_{H_2O})\Delta t}} = 3{,}56\,\mu\mathrm{m}$.

Esercizio 2-26

1) La superficie libera è un piano di equazione $(\vec{\mathbf{g}} - \vec{\mathbf{a}}) \cdot \vec{\mathbf{r}} =$ costante, con $\vec{\mathbf{r}}$ vettore posizione in un sistema di riferimento solidale con la vasca;
2) $\alpha = \arctan(a/g) = 30°$.

Esercizio 2-27

Essendo $\rho_S < \rho_{H_2O}$, i pezzi di sughero migrano verso l'asse di rotazione, invece che verso l'esterno come si potrebbe immaginare. Verso l'esterno migrerebbero pezzi di materiale aventi densità maggiore di quella dell'acqua.

Esercizio 2-28

1) $h(t) = \left(-\frac{Kt}{2} + \sqrt{H_0}\right)^2$, con $K = \sqrt{\frac{2g(S_2/S_1)^2}{1-(S_2/S_1)^2}}$ (arco di parabola);
2) $t = 2\sqrt{H_0}/K$.

Appendici

Appendice A – **Check list per il problem solving**

Appendice B – **Simboli e principali abbreviazioni utilizzate**

Tabelle delle costanti

Appendice A

Check list per il Problem Solving

1. Comprensione del problema: assicurarsi di avere compreso a fondo il testo del problema posto prima di iniziare la sua risoluzione.

    (a) Incognita: *Che cosa devo trovare? Qual è l'incognita finale? È chiaro l'obiettivo?*

    (b) Elementi noti: *Che cosa conosco del problema? Quali sono i dati noti?*

    (c) Condizioni o vincoli: *Quali sono le condizioni del problema? C'è qualche condizione che deve essere verificata durante tutto il procedimento? Qualche vincolo?*

    (d) Semplificare: *Qual è il più semplice problema equivalente a quello dato?*

    (e) Visione: *Riesco a visualizzare il problema? A farne un grafico o uno schema?*

    (f) Notazione: *Sto usando simboli familiari per descrivere il problema?*

    (g) Comprensione: *Ho capito bene il problema? So spiegarlo a un amico o a un collega?*

2. Sviluppo di una strategia di soluzione: pianificare almeno una possibile soluzione sfruttando le relazioni note tra le grandezze fisiche e l'esperienza passata con problemi simili già risolti.

    (a) Estendere la comprensione del problema. *Qual è la definizione degli elementi noti? Qual è la definizione dell'incognita? Dati gli elementi noti, cosa posso calcolare? Che cosa devo conoscere per calcolare il risultato finale? Quale parte della materia oggetto del nostro studio è coinvolta nel problema?*

    (b) Usare similitudini e analogie. *Esiste un problema simile che ha la stessa incognita? Esiste un problema simile che ha gli stessi dati di partenza?*

    (c) Atomizzare. *Posso suddividere il problema in sotto-problemi più piccoli?*

    (d) Piccole variazioni. *Serve inserire qualche elemento nuovo nel grafico o nel disegno? Può essere utile ignorare uno o più vincoli?*

    (e) Problemi non risolubili. *Il problema è ben posto? Ci sono abbastanza dati? Sono corretti?*

    (f) Ricercare altre strategie. *Data la prima strategia trovata, esiste un'altra strategia di soluzione? Quale strategia è la migliore?*

M. VILLA
A. UGUZZONI
M. SIOLI

ESERCIZI DI FISICA

Termodinamica, Fluidi Onde e Relatività

Come risolvere i problemi

Gli esercizi proposti in questo libro riguardano gli argomenti tradizionali di Termodinamica, Fluidi, Onde e Relatività insegnati nei corsi di Fisica generale delle Scuole di Scienze, Ingegneria e Architettura. Il testo è la continuazione ideale dell'eserciziario di Meccanica della stessa serie nel quale è presentato anche un approccio sistematico alla risoluzione dei problemi di fisica (ma non solo). Sarà così possibile sia consolidare la materia di studio, sia acquisire quelle competenze di problem solving che sono particolarmente ricercate nel mondo del lavoro.

Nel testo, dopo una breve sintesi del metodo, sono presenti problemi di complessità via via crescente: quesiti (problemi di concetto o molto facili, sono oltre 80), poi esercizi completamente svolti (oltre 140) e infine esercizi non svolti (oltre 70), di cui sono forniti le formule risolutive e i valori numerici. I primi servono a familiarizzare con singoli concetti degli argomenti trattati e hanno risposte semplici. I problemi svolti illustrano diverse tecniche di risoluzione e forniscono esempi concreti di applicazione del metodo proposto. I problemi non svolti costituiscono un ulteriore terreno di prova per gli studenti. È sempre fornito un suggerimento per orientare lo studente verso una possibile soluzione.

In ogni capitolo è presente una parte introduttiva e un riassunto delle formule più importanti. In tutto il volume è costante l'impegno a fornire spiegazioni dettagliate con un linguaggio semplice e a mantenere ben presente l'obiettivo finale: acquisire dimestichezza nel risolvere problemi di cui non è nota la soluzione.

VILLA*ES FISICA 1 TERMODINAMICA(CEA
ISBN 978-88-08-78004-1
9 788808 780041
9 0 1 2 3 4 5 6 7 (64D)