



Indice

Funzioni e limiti

1 Lo spazio numerico \mathbb{R}

Il campo dei numeri reali (3). Valore assoluto e distanza euclidea (5). Insiemi di numeri reali (7). Estremo superiore e inferiore di un insieme di numeri reali (11). Relazioni fra punto e insieme (14). Insiemi aperti. Insiemi chiusi (18). Complemento. Insiemi numerabili (20).

Guida allo studio dell'Unità 1 (22).

2 Funzioni in \mathbb{R}

Definizioni (23). Rappresentazioni di una funzione (28). Proprietà di alcune funzioni (33). Grafici notevoli di funzioni elementari (40). Trasformazioni elementari del grafico di funzioni (46). Funzione composta (49). Determinazione del dominio (52). Funzioni inverse (54). Funzioni goniometriche inverse (58).

Guida allo studio dell'Unità 2 (60).

3 Limiti

LIMITI DELLE FUNZIONI DI UNA VARIABILE

Introduzione al concetto di limite di una funzione (61). Limite finito di una funzione in un punto (62). Limite infinito di una funzione in un punto (67). Limite destro e limite sinistro di una funzione in un punto (71). Limiti finito (o infinito) di una funzione all'infinito (75). Definizione generale e unitaria di limite (81). Teoremi fondamentali sui limiti (83). Infinitesimi (87). Operazioni sui limiti (90). Continuazione (94). Forme indeterminate, o di indecisione (96).

SUCCESSIONI

Definizioni (98). Successioni particolari (100). Limite di una successione (101). Criteri (di convergenza e divergenza) (104). Proprietà delle successioni (105). Successioni adiacenti. I numeri e e π (106). Applicazioni (108).

Guida allo studio dell'Unità 3 (110).

4 Funzioni continue

Definizioni (111). Continuità delle funzioni elementari (113). Funzioni continue in un intervallo chiuso e limitato (118). Continuità delle funzioni composte (123). Continuità delle funzioni inverse (126). Due limiti fondamentali (128). Limiti notevoli (131). Infinitesimi (134). Infiniti (140). Punti di discontinuità di una funzione (142).

Guida allo studio dell'Unità 4 (146).

Calcolo differenziale in \mathbb{R}

5 Derivate

DEFINIZIONI E TEOREMI

Introduzione al concetto di derivata (149). Derivata di una funzione in un punto (152). Calcolo della derivata in un punto (155). Continuità e derivabilità (157). Significato geometrico della derivata (160). Funzione derivata (163). Derivate di funzioni elementari (165). Teoremi sulle derivate (167). Derivata di una funzione composta (172). Derivata logaritmica (175). Derivata della funzione inversa (178). Tabelle di derivazione (180). Derivate di ordine superiore (181).

APPLICAZIONI DELLE DERIVATE

Tangente e normale a una curva (183). Significati «economici» (185).
Guida allo studio dell'Unità 5 (190).

6 Calcolo differenziale

TEOREMI FONDAMENTALI

Teorema di ROLLE (191). Teorema di LAGRANGE (195). Conseguenze del teorema di LAGRANGE (198). Teorema di CAUCHY o degli incrementi finiti (204).

TEOREMI DI DE L'HOSPITAL

Teorema di DE L'HOSPITAL (206). Applicazioni (207). Ancora sul teorema di DE L'HOSPITAL (212).

CENNO ALLE FORMULE DI TAYLOR E DI MAC-LAURIN

Approssimazione delle funzioni per mezzo di polinomi (214). Formula di TAYLOR e di MAC LAURIN (215). Ordine di infinitesimo e calcolo di limiti (220).

DIFFERENZIALE

Definizioni (222). Funzioni differenziabili (224). Applicazioni del differenziale (225). Significato geometrico del differenziale (226). Differenziale di ordine superiore (227).

Guida allo studio dell'Unità 6 (228).

7 Estremi. Studio di funzione

Introduzione (229). Massimi e minimi assoluti e relativi (230). Condizione necessaria per l'esistenza di estremi relativi (231). Condizioni sufficienti per l'esistenza di estremi relativi (235). Estremi di una funzione non derivabile in un punto (241). Applicazioni all'Economia (243). Massimi e minimi assoluti (244). Convessità e concavità. Punti di flesso (247). Asintoti (253). Studio di una funzione (259).

Guida allo studio dell'unità 7 (264).

Integrali

8 Integrali indefiniti

Funzioni primitive (267). Integrale indefinito (269). Integrali indefiniti immediati (270). Proprietà dell'integrale indefinito (275). Integrazione per scomposizione (276). Integrazione per sostituzione (277). Integrazione per parti (279). Funzioni razionali fratte (281).

9 Integrale definito

Problema delle aree (288). Area del trapezoide (289). Integrale definito secondo MENGOLI-CAUCHY (291). Integrale definito secondo RIEMANN (295). Proprietà dell'integrale definito (299). Teorema fondamentale del calcolo integrale (302). Formula di NEWTON-LEIBNIZ (304).

APPLICAZIONI

Calcolo di aree (308). Area della superficie tra due curve (310). Leggi di capitalizzazione: approccio unitario (313).

ESTENSIONI DEL CONCETTO DI INTEGRALE

Integrale generalizzato per funzioni illimitate (314). Integrali estesi ad intervalli illimitati (318).

Guida allo studio delle Unità 8 e 9 (320).

10 Serie numeriche

Definizioni (321). Resto di una serie (324). Alcune serie notevoli (326).

CRITERI DI CONVERGENZA

Criterio del confronto per serie a termini non negativi (329). Conseguenze del criterio del confronto (332). Criterio del rapporto (334). Criterio della radice (336). Serie a termini di segno alterno (337). Convergenza (assoluta e incondizionata) (339). Operazioni sulle serie numeriche (341).

Guida allo studio dell'Unità 10 (342).

Calcolo differenziale in \mathbb{R}^2

11 Funzioni \mathbb{R}^2

LO SPAZIO NUMERICO \mathbb{R}^2

Lo spazio numerico reale bidimensionale (343). Relazioni fra punto e insieme (347). Insiemi aperti. Insiemi chiusi (349). Spazi numerici reali a n dimensioni (351).

FUNZIONI REALI DI DUE VARIABILI REALI

Definizioni (353). Dominio delle funzioni in \mathbb{R}^2 (354). Rappresentazione geometrica delle funzioni di due variabili (357). Curve di livello (357).

LIMITI E CONTINUITÀ IN \mathbb{R}^2

Limite di una funzione in \mathbb{R}^2 (360). Funzioni continue (364).

12 Calcolo differenziale in \mathbb{R}^2

DERIVATE E DIFFERENZIALI

Derivate parziali delle funzioni di due variabili (367). Interpretazione geometrica (371). Funzioni marginali ed elasticità parziali (373). Derivate parziali di ordine superiore (376). Sulle derivate seconde miste. Teorema di SCHWARZ (378). Funzioni differenziabili (379). Teoremi sulle funzioni differenziabili (382). Differenziali totali successivi. Formula di TAYLOR (383). Funzioni implicite (385).

MASSIMI E MINIMI IN \mathbb{R}^2

Massimi e minimi delle funzioni di due variabili (389). Condizioni per l'esistenza di estremi (393). Massimi e minimi vincolati (o condizionati) in \mathbb{R}^2 (397). Metodo dei moltiplicatori di LAGRANGE (399). Criteri per l'esistenza di estremi vincolati (401). Massimo e minimo assoluto di una funzione di due variabili (406).

APPLICAZIONI ALL'ECONOMIA

Ottimizzazione non vincolata in Economia (408). Ottimizzazione della produzione (414). Il problema del consumatore (425).
Guida allo studio delle Unità 11 e 12 (430).

Algebra lineare

13 Matrici e determinanti

MATRICI

Premessa (433). Definizioni (434). Trasposta di una matrice (437). Somma tra matrici dello stesso tipo (438). Prodotto di una matrice per un numero (439). Prodotto tra matrici (440). Matrici a blocchi (445).

DETERMINANTI

Premesse (447). Definizione di determinante (448). Proprietà dei determinanti (452). Calcolo del determinante (455).

ALGEBRA DELLE MATRICI QUADRATE

Matrice inversa di una matrice quadrata (458). Proprietà delle matrici invertibili (460). Determinazione dell'inversa (462). Matrici ortogonali (464).

RANGO

Rango di una matrice (465). Teorema di KRONECKER (468). Matrici contenenti parametri (470).

APPROFONDIMENTO. SPAZI VETTORIALI

Spazio vettoriale sul campo \mathbb{R} (472). Sottospazi vettoriali (473). Combinazioni lineari (474). Dipendenza e indipendenza lineare (475). Significato del rango (478). Basi di uno spazio vettoriale (480). Dimensione di uno spazio vettoriale (482). La matrice dei pagamenti (484).

14 Sistemi lineari

Sistemi di equazioni lineari (485). Sistemi di CRAMER (487). Metodo di GAUSS (490). Teorema di ROUCHÉ-CAPELLI (493). Sistemi lineari omogenei (498). Il modello di LEONTIEF (501).

Guida allo studio delle Unità 13 e 14 (502).

15 Appendice

Limite delle funzioni monotone (503). Il numero e (504). Continuità delle funzioni composte (506). Teorema di BOLZANO (507). Teorema di WEIERSTRASS (508). Teorema di monotonia (509). Derivata di funzione composta (510). Derivata di funzione inversa (511). Concavità e convessità (512). Funzioni convesse (514). Criterio di LEIBNIZ (515). Teorema di SCHWARZ (516). Teorema del differenziale totale (518). Differenziabilità. Esempi critici (519). Derivata di funzione composta (525). Formule di TAYLOR per le funzioni in più variabili (527). Il teorema di DINI (529). Definizione di determinante (531).

BIBLIOGRAFIA (533).

