

Giuseppe Anichini
Giuseppe Conti

Geometria analitica e Algebra lineare



© 2009 Pearson Paravia Bruno Mondadori S.p.A.

Le informazioni contenute in questo libro sono state verificate e documentate con la massima cura possibile. Nessuna responsabilità derivante dal loro utilizzo potrà venire imputata agli Autori, a Pearson Paravia Bruno Mondadori S.p.A. o a ogni persona e società coinvolta nella creazione, produzione e distribuzione di questo libro.

Per i passi antologici, per le citazioni, per le riproduzioni grafiche, cartografiche e fotografiche appartenenti alla proprietà di terzi, inseriti in quest'opera, l'editore è a disposizione degli aventi diritto non potuti reperire nonché per eventuali non volute omissioni e/o errori di attribuzione nei riferimenti.

I diritti di riproduzione e di memorizzazione elettronica totale e parziale con qualsiasi mezzo, compresi i microfilm e le copie fotostatiche, sono riservati per tutti i paesi.

LA FOTOCOPIATURA DEI LIBRI È UN REATO.

Le fotocopie per uso personale del lettore possono essere effettuate nei limiti del 15% di ciascun volume dietro pagamento alla SIAE del compenso previsto dall'art. 68, commi 4 e 5, della legge 22 aprile 1941 n. 633. Le riproduzioni effettuate per finalità di carattere professionale, economico o commerciale o comunque per uso diverso da quello personale possono essere effettuate a seguito di specifica autorizzazione rilasciata da AIDRO, corso di Porta Romana n. 108, 20122 Milano, e-mail segreteria@aidro.org e sito web www.aidro.org.

Copyediting: Studio Parole, Milano

Composizione: Oldoni Grafica Editoriale, Milano

Grafica di copertina: Nicolò Cannizzaro

Stampa: Tip.Le.Co. – San Bonico (PC)

Tutti i marchi citati nel testo sono di proprietà dei loro detentori.

978-88-7192-571-4

Printed in Italy

1ª edizione: giugno 2009

Ristampa

00 01 02 03 04

Anno

09 10 11 12 13

Indice

| | |
|--|------------|
| Prefazione | vii |
| 1 Matrici e determinanti | 1 |
| 1.1 Matrici | 1 |
| 1.2 Operazioni fra matrici | 5 |
| 1.3 Prodotto fra matrici | 7 |
| 1.4 I determinanti | 13 |
| 1.5 Combinazioni lineari | 24 |
| 1.6 Caratteristica e rango di una matrice | 27 |
| 1.7 Esercizi | 36 |
| 2 Sistemi lineari | 51 |
| 2.1 Equazioni lineari | 51 |
| 2.2 Sistemi lineari | 52 |
| 2.3 Il teorema di Rouché-Capelli | 57 |
| 2.4 Regola di Cramer | 61 |
| 2.5 Il metodo di Gauss | 68 |
| 2.6 Sistemi lineari omogenei | 78 |
| 2.7 Inversa di una matrice | 83 |
| 2.8 Esercizi | 88 |
| 3 Coordinate e vettori | 101 |
| 3.1 Coordinate cartesiane nel piano e nello spazio | 101 |
| 3.2 I vettori | 104 |
| 3.3 Prodotto scalare | 113 |
| 3.4 Prodotto vettoriale | 121 |
| 3.5 Prodotto misto | 130 |
| 3.6 Combinazioni lineari | 133 |
| 3.7 Esercizi | 139 |
| 4 Geometria analitica del piano | 149 |
| 4.1 Coordinate polari | 149 |
| 4.2 Cambiamento di riferimento | 151 |
| 4.3 Equazione della retta | 155 |
| 4.4 Parallelismo e perpendicolarità fra rette | 160 |
| 4.5 Angolo fra due rette | 164 |
| 4.6 Equazione della retta in forma esplicita | 167 |
| 4.7 Distanza di un punto da una retta | 170 |

| | | |
|----------|--|------------|
| 4.8 | La circonferenza | 173 |
| 4.9 | L'ellisse | 177 |
| 4.10 | L'iperbole | 181 |
| 4.11 | La parabola | 187 |
| 4.12 | Le coniche: caso generale | 192 |
| 4.13 | Esercizi | 212 |
| 5 | Geometria analitica dello spazio | 231 |
| 5.1 | Equazione parametrica della retta | 231 |
| 5.2 | Equazione del piano | 234 |
| 5.3 | Parallelismo e perpendicolarità fra piani | 241 |
| 5.4 | Equazioni cartesiane della retta. Fascio di piani | 245 |
| 5.5 | Parallelismo e perpendicolarità fra rette | 251 |
| 5.6 | Parallelismo e perpendicolarità fra una retta e un piano | 257 |
| 5.7 | Questioni angolari nello spazio \mathbb{R}^3 | 261 |
| 5.8 | Distanza di un punto da un piano e da una retta | 266 |
| 5.9 | Rette sghembe | 270 |
| 5.10 | Alcuni cenni su curve e superfici dello spazio | 276 |
| 5.11 | Le quadriche | 285 |
| 5.12 | Esercizi | 300 |
| 6 | Spazi vettoriali e autovalori | 311 |
| 6.1 | Cos'è uno spazio vettoriale | 311 |
| 6.2 | Sottospazi vettoriali | 315 |
| 6.3 | Basi e dimensione (di uno spazio vettoriale) | 321 |
| 6.4 | Applicazioni lineari | 331 |
| 6.5 | Applicazioni lineari e matrici | 336 |
| 6.6 | Cambiamenti di base | 345 |
| 6.7 | Autovettori e autovalori | 350 |
| 6.8 | Diagonalizzazione di matrici | 357 |
| 6.9 | Matrici hermitiane e simmetriche | 364 |
| 6.10 | Esercizi | 372 |
| | Indice analitico | 383 |

Prefazione

La matematica è la scienza probabilmente più antica, ma tuttora la più richiesta: ciò dipende essenzialmente dal fatto che, e questo la storia lo ha mostrato varie volte, la matematica è nata come lo strumento principale usato dagli uomini per risolvere problemi del vivere comune e soprattutto in grado di aprire spiragli nuovi per applicazioni in tutti i campi.

I legami fra la matematica e le altre discipline sono noti; la fisica (basta pensare a Galileo) ha, per quanto appare comunemente, un legame irrinunciabile, ma anche la chimica, la biologia, le discipline ingegneristiche e, ultimamente, anche la medicina e la sociologia usano sempre più gli strumenti della matematica.

Gli autori di quest'opera hanno una lunga esperienza di insegnamento nell'ambito di corsi universitari in cui la matematica non è la disciplina caratterizzante, ma è la disciplina di supporto essenziale a quelle più professionalizzanti (ci riferiamo a Ingegneria, Chimica, Biologia, Economia, Architettura ecc.). In questo volume abbiamo perciò inteso privilegiare il primo aspetto, quello che può essere illustrato dall'etichetta "Matematica come disciplina di servizio". Tale espressione non vuol peraltro significare matematica in forma ridotta o matematica limitata a campi particolari; significa, al contrario, valorizzare l'aspetto applicativo della disciplina, visto come capacità di acquisizione dei suoi strumenti allo scopo di usarli e, soprattutto, di saperne interpretare le risultanze.

Con le varie riforme degli studi universitari i contenuti dei corsi di base sono stati riletti e riscritti sia dal punto di vista dei concetti e delle applicazioni degli stessi, sia per quanto riguarda il livello di approfondimento.

Tutto questo non ha imposto, generalmente, alcun ridimensionamento sostanziale di ciascuno degli argomenti trattati a lezione e durante le esercitazioni. Anzi, in alcune situazioni, si è avuto un effetto rivalorizzante. Si tratta allora solo di operare un'opportuna "rivisitazione" di alcune tematiche ed, eventualmente, un diverso accorpamento del materiale nelle tipiche unità didattiche semestrali.

In questo volume sono pertanto rintracciabili tutti gli argomenti tipici della Geometria (intesa come Geometria analitica e, più modernamente, come Algebra lineare).

Questo libro cerca di rispondere in modo innovativo ai problemi posti dall'insegnamento di tale disciplina nelle Facoltà di Ingegneria e di Architettura, ma anche in quelle di Economia, Agraria e, in genere, in qualsiasi Facoltà scientifica (definendo come tale, ogni corso di studio in cui è ineliminabile la presenza di questa disciplina).

La nostra proposta consiste – come già nel volume di *Analisi matematica I* – in un'accentuazione dell'aspetto pratico e intuitivo dell'insegnamento delle "cose della matematica", senza tralasciare minimamente il rigore logico-formale,

in mancanza del quale la matematica non sarebbe più l'unica disciplina non sperimentale. Si cerca anzitutto di far intuire il concetto che ci accingiamo a illustrare, presentandone subito alcune esemplificazioni e controesempi. È nostra convinzione, infatti, che nella matematica, così come nella vita d'ogni giorno, l'esempio di cosa fare (o l'esempio di cosa non fare) sia decisivo per l'assimilazione del concetto da apprendere in quella situazione.

Abbiamo anche cercato, attraverso note e indicazioni, di coniugare l'insegnamento delle nozioni di base, rivolte a (quasi) tutti gli studenti, con quelle più avanzate per coloro che hanno intrapreso una formazione di livello superiore. A tale scopo possono essere presenti molte osservazioni e commenti di natura geometrica o fisica (o anche economica) che, a nostro avviso, servono per illustrare meglio e comprendere più a fondo i concetti di base, le motivazioni che hanno spinto alla loro introduzione e le loro applicazioni.

Il contenuto di questo volume di *Geometria analitica e Algebra lineare* è costituito da sei capitoli.

Nella prima parte vengono presentati i concetti fondamentali per affrontare lo studio delle matrici e dei determinanti, iniziando a introdurre il concetto di "linearità": tale concetto è ben presente nel capitolo successivo dedicato ai sistemi lineari. Nel Capitolo 3 abbiamo trattato i vettori e le operazioni con i vettori prima di affrontare, nei Capitoli 4 e 5, la geometria analitica del piano e dello spazio. In questi capitoli vengono ricordate, unitamente alle loro proprietà, le rette, i piani, le coniche, le curve dello spazio e le superfici. Infine, nel Capitolo 6, vengono affrontate le tematiche relative agli spazi vettoriali.

Quasi tutti i risultati presentati vengono illustrati attraverso un gran numero di esempi svolti ed esercizi lasciati al lettore, ai quali vengono dati comunque o la risposta o, talvolta, un suggerimento di lavoro nei casi ritenuti di riferimento o più delicati.

Ci auguriamo con ciò di essere riusciti a dare allo studente-lettore (più di) un'idea di uno dei modi in cui si apprende la matematica come parte integrante della sua futura professionalità e anche un'idea di come, attraverso tali concetti, si sia riusciti a progredire, storicamente, nelle conoscenze scientifiche e umane.

Un grazie alla Casa editrice che ha cercato di tradurre in termini tipografici allettanti quelle che erano le nostre intenzioni di lavoro.

*Giuseppe Anichini
Giuseppe Conti*

Firenze, marzo 2009